

تحلیل کرانه‌ی بالایی فرآیند اکستروژن مستقیم توخالی با فرض منحنی سینوسی برای مرز ناحیه‌ی فلز مرده با منحنی سینوسی

حشمت اله حقیقت^۱ و سمیرا محمدی نوری^۲

چکیده

این مقاله به تحلیل کرانه‌ی بالایی فرآیند اکستروژن مستقیم توخالی می‌پردازد. در این تحلیل که مرز تشکیل ناحیه‌ی فلز مرده به صورت منحنی سینوسی تخمین زده شده، ناحیه تغییرشکل به سه ناحیه‌ی تغییرشکل کوچک‌تر تقسیم شده است. با ارائه‌ی یک میدان سرعت جدید در دستگاه مختصات کروی، مقادیر نرخ کرنش‌ها در هر ناحیه‌ی تغییرشکل محاسبه شده‌اند. پس از آن توان داخلی، توان برشی و توان اصطکاکی ماده به دست آمده‌اند. با بهینه‌سازی توان کل خارجی لازم نسبت به طول ناحیه‌ی فلز مرده، فشار نسبی اکستروژن محاسبه شده است. نتایج تحلیل با نتایج تحلیلی و آزمایش‌های انجام شده توسط سایر محققان مقایسه و نشان داده شده که نتایج تحلیل با نتایج آزمایش انطباق مناسبی دارند. در انتها نیز اثر کاهش سطح مقطع، شعاع سنبه و ضریب اصطکاک بر طول ناحیه‌ی فلز مرده بررسی شده‌اند.

کلمات کلیدی: اکستروژن مستقیم توخالی، کرانه‌ی بالایی، نیروی اکستروژن.

فهرست علامت‌ها

L طول ناحیه‌ی مرده‌ی فلز (طول قالب بهینه)

L_0 طول قطعه‌ی اولیه

m ثابت اصطکاک برشی

r مختصه‌ی شعاعی

R_f شعاع ماده‌ی خروجی از قالب

R_0 شعاع قطعه‌ی اولیه

R_m شعاع سنبه

U_0 سرعت سنبه

U_r مؤلفه‌ی شعاعی سرعت

U_θ مؤلفه‌ی محیطی سرعت

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه hhaghighat@razi.ac.ir

۲- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه رازی کرمانشاه

$$\begin{aligned}
 & U_z \text{ مؤلفه‌ی محوری سرعت} \\
 & V \text{ حجم} \\
 & \dot{W}_i, \dot{W}_s, \dot{W}_f \text{ توان تغییرشکل داخلی، توان برشی و توان اصطکاکی} \\
 & \dot{W}_{f3} \text{ توان اصطکاکی در سطح تماس ناحیه‌ی دوم و ناحیه‌ی مرده‌ی دیواره قالب} \\
 & \dot{W}_{f4} \text{ توان اصطکاکی در سطح تماس ناحیه‌ی دوم و سنبه} \\
 & \dot{W}_{f5} \text{ توان اصطکاکی در سطح تماس ناحیه‌ی سوم و دیواره‌ی قالب} \\
 & \dot{W}_{f6} \text{ توان اصطکاکی در سطح تماس ناحیه‌ی سوم و سنبه} \\
 & \dot{W}_{f7} \text{ توان اصطکاکی در سطح تماس ناحیه‌ی اول} \\
 & \dot{W}_{s1} \text{ توان برشی در سطح مشترک نواحی اول و دوم} \\
 & \dot{W}_{s2} \text{ توان برشی در سطح مشترک نواحی دوم و سوم} \\
 & Z \text{ مختصه‌ی محوری} \\
 & \alpha \text{ زاویه‌ی بین خط متصل‌کننده‌ی نقطه شروع ناحیه ناحیه‌ی فلز به نقطه انتهای آن با محور قالب} \\
 & \beta \text{ زاویه‌ی اختیاری روی سطح } S_1 \\
 & \psi \text{ زاویه‌ی یک نقطه روی منحنی سینوسی با محور} \\
 & \dot{\mathcal{E}}_{ij} \text{ نرخ کرنش} \\
 & \Delta u \text{ ناپیوستگی سرعت} \\
 & \dot{\mathcal{E}}_{rr}, \dot{\mathcal{E}}_{\theta\theta}, \dot{\mathcal{E}}_{\phi\phi} \text{ نرخ کرنش‌های قائم} \\
 & \dot{\mathcal{E}}_{r\theta}, \dot{\mathcal{E}}_{rz}, \dot{\mathcal{E}}_{\theta z} \text{ نرخ کرنش‌های برشی} \\
 & \theta \text{ مختصه‌ی زاویه‌ای} \\
 & \sigma_0 \text{ متوسط تنش سیلان ماده}
 \end{aligned}$$

۱- مقدمه

می‌رود، نیم زاویه قالب برابر ۹۰ درجه می‌باشد. تلاش‌هایی برای تحلیل فرآیند اکستروژن مستقیم توخالی با به‌کار بردن روش‌های اجزای محدود [۳]، خطوط لغزش [۴]، تعادل نیروها [۵] و تئوری کرانه‌ی بالایی صورت پذیرفته است [۶-۱۰]. نرم‌افزارهای المان محدود موجود همچنان دارای نقایص و محدودیت‌های مختلف می‌باشند. از جمله این‌که این نرم‌افزارها گران بوده و کار با آن‌ها نیاز به افراد خبره می‌باشد. هم‌چنین این نرم‌افزارها پارامتریک نمی‌باشند. به عبارتی برای بررسی مثلاً اثر فاکتور اصطکاک بر نیروی شکل‌دهی، باید هر بار این عدد را به عنوان ورودی نرم‌افزار المان محدود وارد و آن‌گاه مدل را اجرا نمود که این امر زمان‌بر است. در حالی‌که در روش‌های تحلیلی

پیشینه‌ی فرآیند اکستروژن به قرن ۱۸ میلادی برمی‌گردد [۱]. در این فرآیند، قطعات با سطح مقطع ثابت و یکنواخت شکل داده می‌شوند. شکل‌دهی قطعات با این روش سبب کاهش اتلاف ماده‌ی خام، افزایش سرعت شکل‌دهی، افزایش مقاومت به سایش و افزایش مقاومت به خستگی آن‌ها می‌شود. در اکستروژن مستقیم جهت حرکت سنبه با ماده در یک راستا بوده و سنبه با اعمال نیروی فشاری، ماده‌ی خام را داخل محفظه قالب به جلو می‌راند [۲]. در اکستروژن با قالب تخت که برای شکل‌دهی قطعات با تنش تسلیم پایین مانند آلومینیم به‌کار

داخل محفظه‌ی قالب قرار دارد، ماده از قالب (روزنه) عبور کرده و مقطع گرد و توخالی قطعه‌ی اولیه به مقطع گرد توخالی تغییرشکل می‌یابد. در این شکل R_0 و L_0 به ترتیب شعاع و طول قطعه‌ی اولیه، R_f شعاع ماده‌ی خروجی و R_m شعاع سنبه می‌باشند.

در تحلیل کرانه‌ی بالایی فرض شده که ماده همگن و غیر قابل تراکم بوده و داری رفتار صلب-پلاستیک با تنش تسلیم σ_0 می‌باشد.

فرمول‌بندی کرانه‌ی بالایی به صورت زیر است [۱۱]:

$$j^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}} dV + \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{As} |\Delta u| dS + m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_{Af} |\Delta u| dS \quad (1)$$

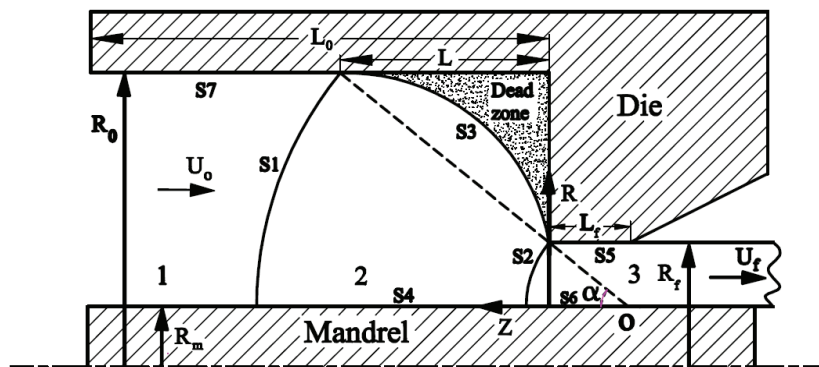
که j^* می‌باشد. اولین عبارت سمت راست رابطه‌ی فوق توان داخلی تغییرشکل در کل حجم ماده، عبارت دوم اتلاف توان برشی و عبارت سوم اتلاف توان اصطکاکی را در سطوح تماسی میان قطعه کار و قالب بیان می‌کند. $\dot{\varepsilon}_{ij}$ نرخ کرنش، Δu ناپیوستگی سرعت، m ثابت اصطکاک برشی و σ_0 تنش متوسط سیلان ماده است. اولین قدم در تحلیل فرآیند شکل‌دهی با استفاده از روش کرانه‌ی فوقانی انتخاب میدان سرعت مناسب برای ماده‌ی در حال تغییرشکل پلاستیک است که باید تا حد ممکن به فرآیند واقعی نزدیک باشد.

بررسی اثر متغیرهای فرآیند (فاکتور اصطکاک، میزان کاهش سطح مقطع، و ...) به آسانی و با سرعت قابل انجام است. بدین منظور محققان مختلفی از روش‌های تحلیلی برای فرآیندهای شکل‌دهی فلزات استفاده نموده‌اند. ماها [۶] میدان سرعتی برای اکستروژن مستقیم توخالی به‌دست آورد و آن‌را با میدان سرعت تجربی ناشی از روش پلاستیسیته مشاهده‌ای مقایسه نمود. چانگ و چوی [۷] حل کرانه‌ی بالایی را برای اکستروژن با قالب منحنی ارائه و اثر هندسه‌ی قالب و اصطکاک را بررسی نمودند. هارتلی [۸] میدان سرعتی را برای اکستروژن مستقیم توخالی پیشنهاد کرد. آلتان [۹] خطوط جریان را مستقیم فرض کرد و یک مدل تغییرشکل را برای اکستروژن مستقیم توخالی با قالب تخت پیشنهاد نمود. ابراهیمی و ریحانیان [۱۰] تحلیل کرانه‌ی بالایی اکستروژن مستقیم توخالی را با فرض شعاع کوچک سنبه و فرض پروفیل خطی برای ناحیه‌ی فلز مرده انجام داده و نتایج تحلیل را با آزمایش تجربی مقایسه نمودند.

در این مقاله، پروفیل ناحیه‌ی فلز مرده به صورت منحنی سینوسی تخمین زده شده و مقدار نیروی اکستروژن به‌دست آمده از تحلیل کرانه بالایی با نتایج تحلیلی و تجربی سایر محققان مقایسه و در پایان نیز اثر پارامترهای مختلف بر نیروی اکستروژن و طول قالب بهینه بررسی شده است.

۲- تحلیل کرانه‌ی بالایی اکستروژن مستقیم توخالی

در شکل (۱) فرآیند اکستروژن مستقیم توخالی نشان داده شده است. در این فرآیند با اعمال نیروی فشاری به قطعه‌ی اولیه که



شکل (۱): اکستروژن توخالی با لحاظ ناحیه مرده با مرز سینوسی، نواحی تغییرشکل و پارامترهای آن.

• میدان سرعت مجاز

در این ناحیه با استفاده از بقای جریان حجمی ماده می‌توان

نوشت:

$$dQ = U_f \cos \beta r_f d\beta (r_f + R_m) \sin \beta d\phi \quad (6)$$

$$dQ = -U_r r d\theta (r + R_m) \sin \theta d\phi \quad (7)$$

که dQ می‌باشد. که U_f سرعت ماده خروجی از قالب می‌باشد. با مساوی قرار دادن دو رابطه بالا داریم:

$$U_r = -U_f \left(\frac{r_f + R_m}{r + R_m} \right)^2 \frac{\sin \beta}{\sin \theta} \cos \beta \frac{d\beta}{d\theta} \quad (8)$$

برای شعاع‌های سنبه کوچک می‌توان فرض کرد که:

$$\frac{r_f + R_m}{r + R_m} \cong \frac{r_f}{r} \quad (9)$$

همچنین فرض شده که [۱۲]:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin \theta}{\sin \psi} \quad (10)$$

که α زاویه‌ی بین خط متصل‌کننده نقطه‌ی شروع ناحیه‌ی مرده‌ی فلز به نقطه‌ی انتهای آن با محور قالب در شکل (۱) می‌باشد. با گرفتن مشتق از رابطه‌ی (۱۰) داریم:

$$\cos \beta \frac{d\beta}{d\theta} = \sin \alpha \frac{\cos \theta}{\sin \psi} \quad (11)$$

با قرار دادن رابطه‌های (۹) و (۱۱) در رابطه‌ی (۸) داریم:

$$U_r \cong -U_f \left(\frac{r_f}{r} \right)^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \psi} \right)^2 \cos \theta \quad (12)$$

که با توجه به شکل (۱) در هر نقطه روی مرز ناحیه‌ی فلز مرده (منحنی سینوسی) داریم:

$$\sin \psi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z + r_f \cos \alpha)^2}} \quad (13)$$

برای به‌دست آوردن مولفه‌ی سرعت در راستای θ از قانون تراکم‌ناپذیری فلز و اعمال شرط مرزی که در $\theta = 0$ آنگاه: $U_\theta = 0$ خواهیم داشت:

$$U_\theta \cong -U_f \frac{r_f^2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \psi} \right)^2 \frac{\sin \theta}{\tan \psi} \quad (14)$$

ناحیه‌ی تغییرشکل سوم:

$$U_r = -U_f \cos \theta, U_\theta = U_f \sin \theta, U_\phi = 0 \quad (15)$$

که

$$U_f = \left(\frac{R_o^2 - R_m^2}{R_f^2 - R_m^2} \right) U_0 \quad (16)$$

در این تحلیل سیستم مختصات کروی (r, θ, ϕ) به‌کار گرفته شده و مبدأ مختصات محل برخورد خطی که نقطه شروع تشکیل فلز مرده را به نقطه خروج ماده از قالب متصل می‌کند با سطح سنبه، می‌باشد. برای یافتن میدان سرعت ناحیه تغییرشکل به سه ناحیه تغییرشکل کوچک‌تر تقسیم شده است. ناحیه‌ی اول به‌صورت صلب بوده که بخشی از ماده‌ی اولیه است، ناحیه‌ی دوم ناحیه‌ی تغییرشکل بوده و ناحیه‌ی سوم نیز ماده‌ی صلبی است که محصول نهایی را شامل می‌شود. بین این ناحیه و قالب، ناحیه‌ی مرده‌ی فلز تشکیل می‌شود که با منحنی سینوسی از ناحیه‌ی ۲ جدا شده است. سطوح ناپوستگی سرعت بین نواحی تغییرشکل ۱ و ۲ و نیز ۲ و ۳ قسمتی از کره می‌باشند که مرکز آن در مبدأ O قرار داشته و شعاع‌های آن‌ها به ترتیب r_0 و r_f از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$r_o = \frac{R_0 - R_m}{\sin \alpha}, \quad r_f = \frac{R_f - R_m}{\sin \alpha} \quad (2)$$

معادله منحنی سینوسی (مرز ناحیه‌ی مرده‌ی فلز، S3، در شکل (۱) در دستگاه مختصات R-Z از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$R = R_f + (R_o - R_f) \sin \frac{\pi Z}{2L} \quad (3)$$

که L طول ناحیه‌ی مرده فلز می‌باشد.

میدان سرعت مجاز باید شرط ثابت بودن حجم ماده و شرایط مرزی را برآورده نماید. شرط ثابت بودن حجم به‌صورت رابطه زیر است:

$$\dot{\mathcal{E}}_{rr} + \dot{\mathcal{E}}_{\theta\theta} + \dot{\mathcal{E}}_{\phi\phi} = 0 \quad (4)$$

به‌دلیل تقارن محوری فرآیند، در تمام نواحی تغییرشکل، سرعت محیطی برابر صفر می‌باشد ($U_\phi = 0$). برای سه ناحیه‌ی نشان داده شده در شکل (۱)، میدان‌های سرعت مجاز به‌صورت زیر می‌باشند:

ناحیه‌ی تغییرشکل اول:

$$U_r = -U_0 \cos \theta, U_\theta = U_0 \sin \theta, U_\phi = 0 \quad (5)$$

که U_0 سرعت سنبه می‌باشد.

ناحیه‌ی تغییرشکل دوم:

• توان داخلی

با داشتن میدان نرخ کرنش، توان داخلی تغییرشکل را می‌توان به دست آورد. این توان در نواحی ۱ و ۳ برابر صفر و در ناحیه‌ی ۲ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\dot{W}_{i2} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_{r_f}^{r_0} \int_0^\psi \left[\frac{1}{2} (\dot{\epsilon}_{rr}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{\phi\phi}^2 + 2\dot{\epsilon}_{r\theta}^2) \right]^{1/2} (r \sin\theta + R_m) r \sin\theta d\theta dr \quad (19)$$

• توان برشی

برای محاسبه‌ی میزان توان برشی اتلافی میان سطوح ناپیوستگی سرعت، دو سطح ناپیوستگی سرعت S_1 بین نواحی اول و دوم و نیز S_2 بین نواحی دوم و سوم وجود دارد (شکل ۱).

$$\dot{W}_{s1} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_0^\alpha \Delta U_1 |r_0 (R_m + r_0 \sin\theta) d\theta \quad (20)$$

$$\Delta U_1 = (U_\theta - U_0 \sin\theta) \Big|_{r=r_0}$$

که ΔU_1 سرعت نسبی میان سطح ناپیوستگی سرعت S_1 می‌باشد.

$$\dot{W}_{s2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_0^\alpha \Delta U_2 |r_f (R_m + r_f \sin\theta) d\theta \quad (21)$$

$$\Delta U_2 = (U_\theta - U_f \sin\theta) \Big|_{r=r_f}$$

که ΔU_2 سرعت‌های نسبی میان سطح ناپیوستگی سرعت S_2 می‌باشد.

• توان‌های اصطکاکی

توان اصطکاکی بین ناحیه مرده‌ی فلز و ماده (سطح S_3 در شکل ۱) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\dot{W}_{s3} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m \sigma_0 \int_{r_f}^{r_0} \Delta U_3 | (r \sin\psi + R_m) \sqrt{\left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2 + 1} \sin\psi dr \quad (22)$$

$$\sqrt{\left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2 + 1} \sin\psi dr$$

که

$$\Delta U_3 = (U_r \cos\eta + U_\theta \sin\eta) \Big|_{\theta=\psi} \quad (23)$$

$$\sin\eta = \frac{r \frac{\partial \psi}{\partial r}}{\sqrt{\left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2 + 1}}, \quad \cos\eta = \frac{1}{\sqrt{\left(r \frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2 + 1}}$$

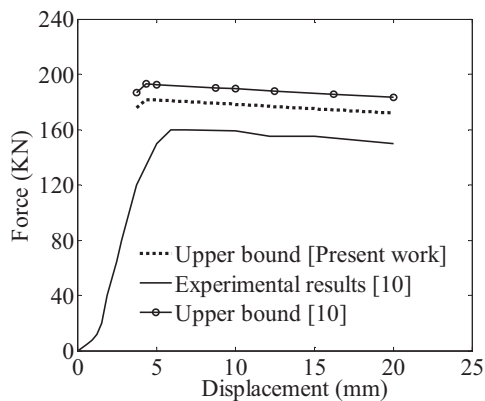
با توجه به میدان سرعت مجاز به دست آمده، مقادیر نرخ کرنش برای هر ناحیه از رابطه‌ی زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{rr} &= \frac{\partial U_r}{\partial r} \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} \\ \dot{\epsilon}_{\phi\phi} &= \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial U_\phi}{\partial \phi} + \frac{U_r}{r} + \frac{U_\theta}{r} \cot\theta \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} \right) \\ \dot{\epsilon}_{\theta\phi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial U_\theta}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\phi}{\partial \theta} - \frac{\cot\theta}{r} U_\phi \right) \\ \dot{\epsilon}_{\phi r} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_\phi}{\partial r} - \frac{U_\phi}{r} + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial U_r}{\partial \phi} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

با توجه به میدان‌های سرعت در سه ناحیه‌ی تغییرشکل (۱، ۲ و ۳) نرخ کرنش در نواحی ۱ و ۳ برابر صفر بوده و در ناحیه‌ی ۲ به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{rr} &= \frac{2U_f r_f^2 \sin^2 \alpha}{r^3 \sin^3 \psi} \cos\theta (\sin\psi + r \cos\psi \frac{\partial \psi}{\partial r}) \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= -\frac{U_f \sin^2 \alpha \cos\theta}{r^3 \sin^3 \psi} (r_f^2 \sin\psi + r_f^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} r \cos\psi) \\ \dot{\epsilon}_{\phi\phi} &= -\frac{U_f \sin^2 \alpha \cos\theta}{r^3 \sin^3 \psi} (r_f^2 \sin\psi + r_f^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} r \cos\psi) \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \frac{1}{2} \frac{2U_f \sin^2 \alpha \sin\theta}{r_f} \left(-\frac{r_f^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}}{2r \sin^2 \psi \tan\psi} + \frac{r_f^3 \frac{\partial \psi}{\partial r}}{r^2 \sin^2 \psi \tan\psi} + \frac{r_f^3 \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2}{r \sin^2 \psi \tan^2 \psi} + \frac{r_f^3}{2r^3 \sin^2 \psi} + \frac{r_f^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial r}\right)^2}{2r \sin^4 \psi} \right) \\ \dot{\epsilon}_{r\phi} &= \dot{\epsilon}_{\theta\phi} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

موثر برحسب کرنش موثر $\bar{\sigma} = 195\bar{\epsilon}^{0.316}$ مگا پاسکال و تنش سیلان متوسط ۱۷۵ مگا پاسکال و ثابت اصطکاک برشی ۰/۱ می باشد، قطر قطعه‌ی اولیه ۲۰ میلی متر، طول آن ۴۰ میلی متر، قطر ماده خروجی ۱۰ میلی متر و قطر سنبه ۶ میلی متر می باشد. منحنی نیروی اکستروژن برحسب کورس سنبه که از آزمایش و تحلیل به دست آمده‌اند در شکل (۲) نشان داده شده است [۱۰]. در این شکل هم‌چنین منحنی نیروی شکل دهی بر حسب کورس پرس که از تحلیل کرانه بالایی (تحلیل حاضر) به دست آمده، نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می شود با افزایش کورس نیروی اکستروژن افزایش می یابد تا مقدار کورس به ۴/۵ میلی متر برسد. پس از آن نیرو شروع به کاهش می نماید. این به دلیل آن است که با افزایش کورس سطح اصطکاک S_7 کاهش یافته و سطح اصطکاک S_5 افزایش می یابد. پس از آن که ماده طول L_f را پر نمود سطح S_7 کاهش یافته و منجر به کاهش نیروی اکستروژن می شود. هم‌چنین نتایج تئوری به دست آمده با نتایج آزمایش انطباق مناسبی دارند و نسبت به تحلیل ارائه شده در مرجع [۱۰]، که مرز ناحیه‌ی فلز مرده به صورت خط تخمین زده شده بود، خطای کمتری نسبت به نتایج تجربی دارند و بنابراین تخمین مرز ناحیه‌ی فلز مرده با منحنی سینوسی با واقعیت انطباق بیش تری دارد.



شکل (۲): مقایسه منحنی‌های نیرو برحسب جابه‌جایی به دست آمده از تحلیل، آزمایش و تحلیل مرجع [۱۰]

$$R_0 = 10\text{mm}, R_f = 5\text{mm}, R_m = 3\text{mm}, m = 0.1$$

مقدار فشار نسبی اکستروژن برای قطعه‌ی نمونه برای ثابت اصطکاک برشی ۰/۱ در شکل (۳) نشان داده شده است. همان‌گونه که در این شکل نشان داده شده، طول ناحیه‌ی فلز

توان اصطکاکی روی سطوح اصطکاکی S_4 تا S_7 که در شکل (۱) نشان داده شده‌اند به ترتیب از رابطه‌های زیر قابل محاسبه می باشند:

$$\dot{W}_{s4} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m \sigma_0 \int_{r_f}^{r_0} |\Delta U_4| R_m dr$$

$$\Delta U_4 = |U_r|_{\theta=0} - U_0 = \left(\frac{r_f}{r} \right)^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\sin \psi} \right)^2 U_f - U_0$$

$$\dot{W}_{s5} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m \sigma_0 U_f R_f L_f \quad (24)$$

$$\dot{W}_{s6} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m \sigma_0 (U_f - U_0) R_m r_f \quad (25)$$

$$\dot{W}_{s7} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m \sigma_0 U_0 R_0 (L_0 - L) \quad (26)$$

که L_f و L_0 به ترتیب طول قطعه‌ی اولیه و طول ناحیه‌ی ۳، نشان داده شده در شکل (۱)، می باشند.

۳- توان تغییر شکل کلی

توان تغییر شکل کل از جمع توان‌های داخلی، برشی و اصطکاکی به دست می آید:

$$\dot{W} = \dot{W}_{i2} + \dot{W}_{s1} + \dot{W}_{s2} + \dot{W}_{s3} + \dot{W}_{s4} + \dot{W}_{s5} + \dot{W}_{s6} + \dot{W}_{s7} \quad (27)$$

مقدار توان خارجی لازم نیز از رابطه‌ی زیر محاسبه می شود:

$$\dot{W} = P_{ave} \pi (R_0^2 - R_m^2) U_0 \quad (28)$$

با مساوی قرار دادن رابطه‌های (۲۶) و (۲۷)، فشار نسبی اکستروژن از رابطه‌ی زیر به دست می آید:

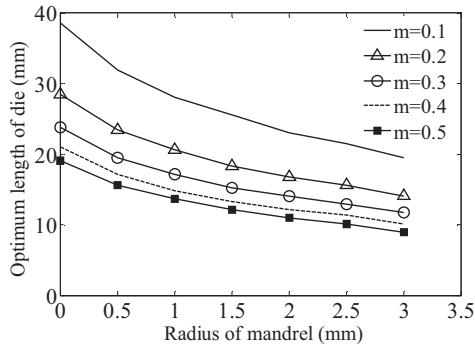
$$P_{ave} = \frac{\dot{W}}{\pi (R_0^2 - R_m^2) U_0} \quad (29)$$

رابطه (۲۸) تابعی از طول ناحیه‌ی مرده‌ی فلز، L ، می باشد که براساس آن باید فشار نسبی اکستروژن بهینه‌سازی شود که کار بهینه‌سازی و مقادیر انتگرال‌های فوق به روش عددی و در محیط نرم‌افزار مطلب انجام شده‌اند.

۴- نتایج و بحث

جواب‌های به دست آمده از تحلیل (رابطه ۲۹) با نتایج کرانه‌ی بالایی و آزمایش انجام شده در مرجع [۱۰] مقایسه شدند. در آزمایش، قطعه‌ی اولیه از جنس آلومینیم خالص با معادله‌ی تنش

در شکل (۵) اثر شعاع سنبه بر طول قالب بهینه نشان داده شده است. این نمودار که برای قطر قطعه‌ی اولیه ۲۰ میلی‌متر و قطر ماده‌ی خروجی ۱۰ میلی‌متر و ثابت اصطکاک ۰/۱ رسم شده، نشان می‌دهد که با افزایش شعاع سنبه، طول قالب بهینه افزایش می‌یابد.



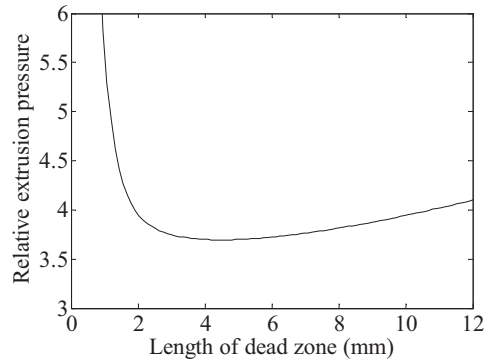
شکل (۵): اثر شعاع سنبه بر طول قالب بهینه

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله فرآیند اکستروژن مستقیم توخالی به روش کرانه‌ی بالایی تحلیل و نتایج زیر حاصل شد:

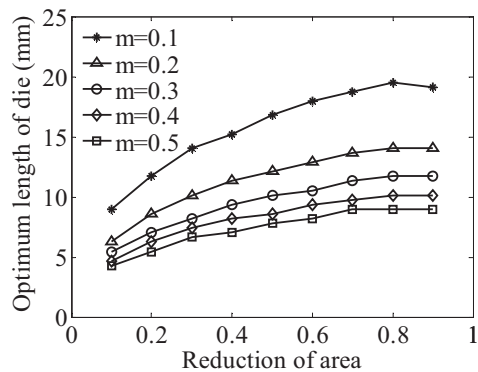
- انطباق نیروی اکستروژن به دست آمده از آزمایش تأییدی بر صحت تحلیل انجام شده است.
- با تخمین مرز ناحیه‌ی مرده با منحنی سینوسی، میزان خطای نیروی اکستروژن محاسبه شده نسبت به تخمین آن به شکل یک خط کاهش یافت.
- با افزایش ثابت اصطکاک طول قالب بهینه کاهش می‌یابد.
- با افزایش درصد کاهش سطح مقطع طول قالب بهینه افزایش می‌یابد.
- با افزایش شعاع سنبه طول قالب بهینه کاهش می‌یابد.

مرده بهینه برابر ۴/۷ میلی‌متر بوده که به ازای آن فشار نسبی اکستروژن حداقل شده و مقدار آن برابر ۳/۷ است.



شکل (۳): اثر طول ناحیه‌ی فلز مرده بر فشارنسبی اکستروژن

در شکل (۴) اثر کاهش سطح مقطع بر طول قالب بهینه در ثابت‌های اصطکاک مختلف نشان داده شده است. این نمودار که برای قطر قطعه‌ی اولیه ۲۰ میلی‌متر و قطر سنبه ۶ میلی‌متر رسم شده، نشان می‌دهد که در یک ثابت اصطکاک مشخص با افزایش مقدار کاهش سطح مقطع، طول قالب بهینه افزایش می‌یابد. همچنین در یک کاهش سطح ثابت، افزایش ثابت اصطکاکی سبب کاهش طول قالب بهینه می‌شود.



شکل (۴): اثر کاهش سطح مقطع بر طول قالب بهینه در ثابت‌های اصطکاک مختلف

مراجع

- 1- Chitkara, N.R., Aleem, A., Axi-symmetric Tube Extrusion/piercing Using Die Mandrel Combinations: Some Experiments and a Generalized Upper Bound Analysis, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 43, pp. 685–709, 2001.
- 2- K. Lange, K., Handbook of Metal Forming, Society of Manufacturing Engineers, 1998.
- 3- Reddy, N.K., Dixit, P.M., Lal, G.K., Analysis of axisymmetric tube extrusion, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 36, pp. 1253-1267, 1996.
- 4- Chitkara, N.R., Butt, M.A., Axisymmetric tube extrusion through a smooth conical or cosine die and over a conical or ogival mandrel: Numerical construction of axisymmetric slip line fields and associated velocity fields International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 41, pp. 1191-1215, 1999.

- 5- Chitkara, N.R., Aleem, A., Extrusion of axisymmetric tubes from hollow solid circular billets: A generalized slab method of analysis and some experiments *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 43, pp. 1661-1684, 2001.
- 6- Mehta, H.S., Shabaik, A.H., Kobayashi, S., Analysis of tube extrusion, *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 92, pp. 403-411, 1990.
- 7- Chang, K.T., Choi, J.C., Upper-bound solutions to tube extrusion problems through curved dies *ASME Journal of Engineering for Industry*, Vol. 94, pp. 1108-1112, 1972.
- 8- Hartley, C.S., Upper-bound analysis of extrusion of axisymmetric, piecewise, homogeneous tube *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 15, pp. 651-663, 1977.
- 9- Altan, S.B., A deformation model for tube extrusion *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 40, pp. 305-313, 1994.
- 10- Ebrahimi, R., Reihanian, R., Kanaani, M., Moshksar, M.M., An upper-bound analysis of the tube extrusion process *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 184, pp. 411-419, 2007.
- 11- Prager, W., Hodge, P.G., *Theory of Perfectly Plastic Solids*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1951.
- 12- Gordon, W.A., Van Tyne, C.J., Moon, Y. H., Axisymmetric extrusion through adaptable dies—Part 1: Flexible velocity fields and power terms *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 49, pp. 86-95, 2007.